

Vermischte Aufgaben

 Aufgaben Lösungen **PLUS**

1. Setze in die Ebene $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ die Werte $s = 2$ und $t = -1$ ein.

Wie lauten die Koordinaten des gesuchten Punktes?

Bestimme zwei weitere Punkte, die auf der Ebene liegen.

2. Gegeben ist eine Ebenenschar $E_k: x + (k - 2)y + (2k + 1)z = 5 - 2k$ mit $k \in \mathbb{R}$.
- Die Gerade h geht durch die Punkte $P(0 \mid -4 \mid 1)$ und $Q(3 \mid 2 \mid -2)$ und schneidet E_1 .
Berechne den Schnittpunkt S von h und E_1 .
 - Zeige, dass P und Q auf verschiedenen Seiten der Ebene E_1 liegen.
 - Welche der Ebenen E_k enthält den Ursprung? Welche ist zur z -Achse parallel?

3. Gegeben sind die Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}; s \in \mathbb{R} \quad \text{und} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$$

und der Punkt $A(2 \mid 1 \mid 0)$.

- Bestimme die Lage der Geraden g und h zueinander.
- Die Ebene E enthält den Punkt A und die Gerade g .
Bestimme den Schnittpunkt von E und h .

4. Zeige, dass die beiden Geraden

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; s \in \mathbb{R} \quad \text{und} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$$

eine Ebene E aufspannen und gib eine Koordinatengleichung von E an.

5. In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(0 \mid 2 \mid 3)$, $B(1 \mid -2 \mid 6)$ und $C(-4 \mid 2 \mid 15)$ gegeben sowie für jedes $a \in \mathbb{R}$ eine Gerade g_a mit der Gleichung:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ a - 2 \end{pmatrix}; s \in \mathbb{R}$$

- Bestimme eine Koordinatengleichung der Ebene E durch A , B und C .
- Bestimme die Koordinaten der Schnittpunkte mit der x , y und z -Achse.
Zeichne die Ebene E mithilfe der Spurpunkte in ein Koordinatensystem.
- Weise nach, dass keine der Geraden g_a die Ebene E senkrecht schneidet.

Für welchen Wert von a ist die Gerade g_a parallel zur Ebene E ? Ist diese Gerade sogar in E enthalten?

